RED BUILDING TEAM

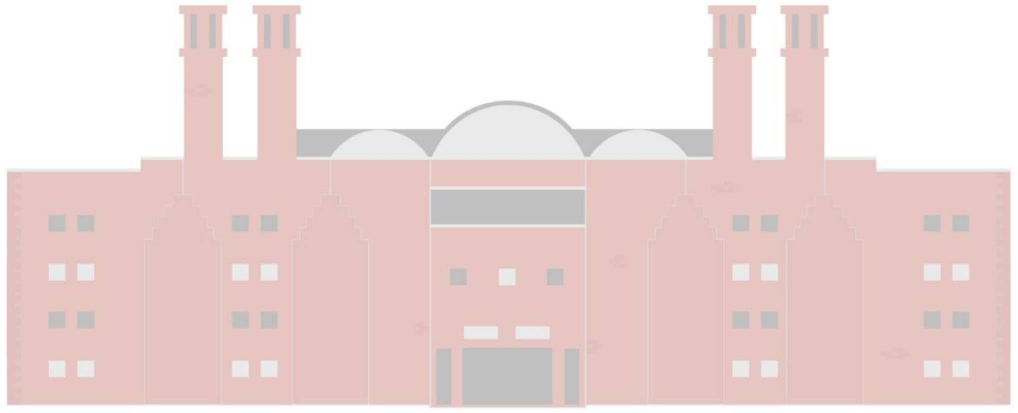
قسم هندسة الحواسيب والأتمتة

السنة الثانية / الفصل الأول

التحليل العددي

المحاضرة الأولى

4 صفحات

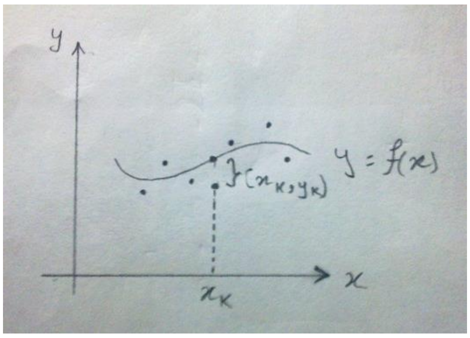


الدكتور: **عماد فتاش**

التاريخ: **٢٠١٤/٩/٢٩**

تقريب التوابع

(طريقة المربعات الصغرى):



لدينا $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^{N}$

نقطة التحربة (x_k, y_k)

$(x_k, f(x_k))$

تقدير الخطأ:

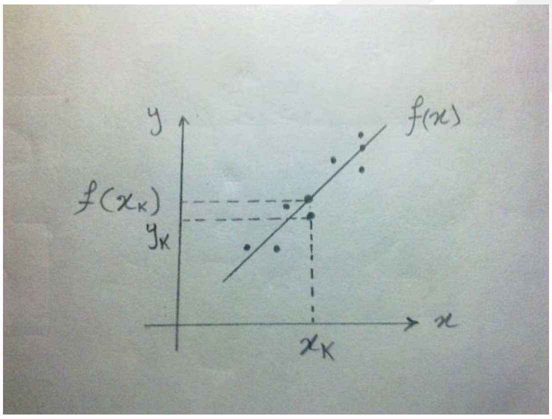
$$E_\infty(F) = \max\{|f(x_k) - y_k|\}$$

$$1 \leq x \leq N$$

معيار الخطأ الأول: $E_1(f) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} |f(x_k) - y_k|$

معيار الخطأ الثاني: $E_2(f) = \left\{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}|f(x_k) - y_k|^2\right\}^{\frac{1}{2}}$

حالة مستقيم:



$$\boldsymbol{y = f(x)}$$
$$\boldsymbol{f(x) = a_x + b}$$
$$\boldsymbol{\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^{N}}$$

$$E_2(f) = \left\{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}|f(x_k) - y_k|^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

نربع الطرفين ونضرب ب N

$$NE_2(f) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}|f(x_k) - y_k|^2 = \sum_{k=1}^{N}|ax_k + B - y_k|^2$$

$$E(A,B) = \sum_{k=1}^{N}(Ax_k + B - y)^2$$

$$\rightarrow \min \quad A, B$$

$$\frac{\partial E}{\partial A} = 2\sum_{k=1}^{N} x_k(Ax_k + B - y_k) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial B} = 2\sum_{k=1}^{N} x_k(Ax_k + B - y_k) = 0$$

نقسم على 2 ونفك الأقواس

$$\left(\sum_{k=1}^{N} x_k^2\right)A + \left(\sum_{k=1}^{N}\right)B = \sum_{k=1}^{N} x_k y_k$$

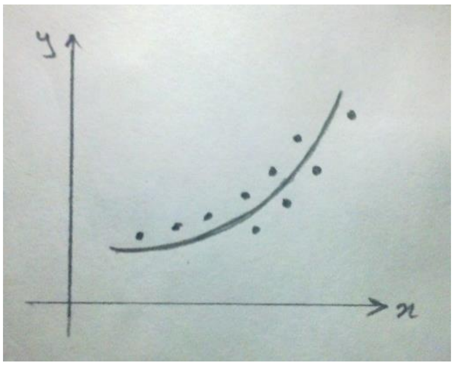
$$\left(\sum_{k=1}^{N} x_k\right)A + NB = \sum_{k=1}^{N} y_k$$

جملة معادلتين خطيتين في A,B نحل الجملة السابقة نحصل على A,B والتي تحدد مستقيم المربات الصغرى الملائم للنتائج.

حالة التابع الأسي

المعطى بالشكل التالي: $y = f(x) = ce^{Ax}$

$N: \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^{N}$ نقطة معطاة



$$NE_2^2(f) = \sum_{k=1}^{N} \left[ce^{Ax_K} - y_k\right]^2$$

$$\rightarrow \min A, c$$

$$E(A,c) = \sum_{k=1}^{N}\left[ce^{Ax_k} - y_k\right]^2$$

$$\rightarrow \min A, c$$

$$\frac{\partial E}{\partial A} = 0 \quad , \frac{\partial E}{\partial c} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial A} = 2\sum_{k=1}^{N} cx_K e^{AX_k}\left(ce^{AX_k} - y_k\right) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = 2\sum_{k=1}^{N} e^{AX_k}\left(ce^{AX_k} - y_k\right) = 0$$

لا تحل مباشرة لأنها غير خطية وتحتاج إلى طرق نيوتن والتكرار.

$$y = ce^{Ax}$$

$$ln\, y = Ax + ln\, c$$

$$Y = Ax + B$$

$$x \rightarrow X = x$$

$$y \rightarrow Y = ln\, y$$

x_k	y_k	X_k (x_k)	Y_k ($ln\, y_k$)	X^2_k	X_kY_k
		$\sum X_k$	$\sum Y_k$	$\sum X_k^2$	$\sum X_kY_k$

$$\left(\sum_{k=1}^{N} X_k^2\right) A + \left(\sum_{k=1}^{N} X_k\right) B = \sum_{k=1}^{N} X_K Y_k$$

$$\left(\sum_{k=1}^{N} X_K\right) A + NB = \sum_{k=1}^{N} Y_k$$

بحل الجملة نحصل على A,B وبالعودة الى الحالة الأسية نحسب

$c = e^{B}$ ويكون التابع الأسي الأفضل $y = ce^{Ax}$

حالة تابع القوة:

$$y = Ax^{m}$$

m معطاة من أجل مجموع النقاط المعطاة $\{(N_k, y_k)\}_{k=1}^{N}$

$$E(A) = \sum_{k=1}^{N} (Ax_k^m - y_k)^2 \rightarrow minA$$

$$2\sum_{k=1}^{N} x_k^m (Ax_k^m - y_K) = 0$$

$$\sum_{k=1}^{N} Ax_k^{2m} = \sum_{k=1}^{N} y_k x_k^m$$

$$A = \left(\sum_{k=1}^{N} y_k x_k^m\right) / \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^{2m}\right)$$

النجاح هو
أن تمر بفشل وراءَ فشل دونَ أن تفقد حماسك

وينستون تشرشل
1965 ~1874